

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБМОТКИ С ДРОБНЫМ Q МАШИН ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Беспалов В.Я.¹, Коварский М.Е.², Сидоров А.О.²

¹НИУ МЭИ, МОСКВА, РОССИЯ, bespalovvy@mail.ru

²АО “Корпорация “ВНИИЭМ”, МОСКВА, РОССИЯ, sao92@yandex.ru

Схемы построения обмоток с дробным числом пазов на полюс и фазу q известны достаточно давно и нашли множество областей применения. Однако в литературе по проектированию малошумных электрических машин использовать такие схемы не рекомендуется. Тем не менее, обмотки с дробным q были реализованы во многих специальных электрических машинах переменного тока, что позволило улучшить характеристики машины, в том числе и по виброакустическим показателям. В работе проводится гармонический анализ обмоток с целым и дробным q в синхронном двигателе с постоянными магнитами, выполнено сравнение их характеристик. С целью уменьшения амплитуд субгармоник выполнена оптимизация шага обмотки. Проведен расчет коэффициентов распределения для субгармоник, дробных и высших гармоник с помощью различных формул, представлен анализ результатов. По результатам анализа приводятся рекомендации по использованию формул для вычисления коэффициентов распределения гармоник при дробном q .

Ключевые слова - дробное q , коэффициент распределения, гармонический анализ.

I. ВВЕДЕНИЕ

Особенностью современных электроприводов, содержащих синхронные двигатели с постоянными магнитами (СДПМ), является использование в качестве источника питания преобразователя частоты. Благодаря этому обеспечивается работа машины при разных скоростях вращения машины вне зависимости от числа полюсов на роторе $2p$. Поэтому выбор числа полюсов осуществляется из других соображений, а именно исходя из оптимизации параметров конструкции и характеристик машины. Установлено, что наилучшие массогабаритные показатели СДПМ достигаются при $2p \geq 6 \div 10$. При таком соотношении числа полюсов в конструкции СДПМ находит применение обмотка с дробным числом пазов на полюс и фазу q .

Схемы обмоток с дробным q известны достаточно давно. Чаще всего подобные обмотки использовались в конструкции мощных тихоходных гидрогенераторов с большим числом полюсов, поскольку ограниченность числа пазов из-за возможного насыщения зубцов магнитопровода, а также высокие требования к массогабаритным показателям, не позволили использовать схемы с целым q . Помимо этого, подобные обмотки активно использовались при модернизации электрической машины на меньшую частоту вращения в условиях наличия одного статора с нечетным числом пазов. При создании новой серии асинхронных машин серии RA также использовались трехфазные

симметричные “дробные обмотки”, не смотря на то что, как отмечают создатели, такие обмотки снижают эффективность работы электрических машин. Стоит также отметить и успешное использование дробных обмоток (а именно с $q < 1$) в индукторных машинах, благодаря повышению линейных нагрузок за счет сокращения числа зубцов статора. Однако, несмотря на широкое применение обмоток с дробным q и большое количество публикаций по данной тематике, исследование характеристик машин с этими обмотками остается неполным.

Использование дробного q является одним из наиболее эффективных методов борьбы с зубцовыми гармониками. Тем не менее, в специализированной литературе по созданию малошумных электрических машин можно найти рекомендации, согласно которым следует воздерживаться от применения таких обмоток. Это связано, прежде всего, с высокой вероятностью образования силовых волн низких порядков, которые являются источниками повышенной вибрации. Подобное явление объясняется появлением и взаимодействием гармоник с числами полюсов не кратными числу полюсов основной гармоники $p_v \neq k p_1$, порядки которых меньше порядка основной гармоники. Такие гармоники получили название *субгармоник* или *низших гармоник*. Кроме них, в спектре вибрации также могут присутствовать гармоники дробного порядка (или дробные гармоники) и высшие гармоники.

II. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

С целью выявления гармоник, присутствующих в спектре МДС обмотки и индукции в воздушном зазоре была построена модель в программе FEMM, позволяющая имитировать двумерное стационарное магнитное поле с помощью метода конечных элементов. В качестве материала обмотки используется медь. Для учета нелинейности свойств магнитной системы в качестве материала магнитопровода статора и ротора выбрана электротехническая сталь 2412. На внешней границе активной зоны машины, которая является и внешним диаметром статора, задано граничное условие Дирихле, на всех остальных границах раздела сред - граничное условие Неймана. Число пазов принято

равным 36, число пазов на полюс и фазу - $q = 1\frac{1}{5}$. В

пазах электрической машины задается плотность тока в обмотках, определяемая выражением:

$$J = \frac{\sqrt{2}I_{\phi}w_n}{S_n}, \quad (1)$$

где I_{ϕ} – ток в фазе; w_n – число витков; S_n – площадь паза статора.

Токи разных фаз заданы для момента времени, соответствующего максимальному току в фазе А с учетом направлений их протекания, при этом $I_A = I_m$, $I_B = I_m / 2$, $I_C = I_m / 2$. Число полученных конечных элементов составляет около 250 тыс. Пазы статора выполнены трапециидальными. Для исключения влияния пазов ротор выполняется гладким.

В результате выполненного моделирования получено распределение индукции магнитного поля в воздушном зазоре машины B_{δ} , Тл вдоль условной линии, разделяющей воздушный зазор на две равные части, измеренной в геометрических градусах α , для обмоток с целым и дробным q (рисунки 1, 2).

Как видно из рисунка, в обоих случаях (то есть для обмоток с целым и дробным q), условные положительные и отрицательные полуволны при сдвиге в π радиан имеют одинаковую форму, поэтому кривая индукции B_{δ} содержит только нечетные гармоники, при этом соблюдается симметрия второго рода.

В случае обмотки с дробным q (рисунок 2) кривая индукции обладает некоторыми типами несимметрии. Во-первых, в пределах каждого полюса кривая индукции несимметрична относительно оси полюса, то есть нарушается симметрия первого рода. Полученный результат объясняется лишь тем, что высшие гармоники нечетных порядков пересекают ось абсцисс не одновременно с основной волной и при этом новые гармоники не образуются. Во-вторых, различается интегральное значение индукцию в пределах полюсного деления, то есть магнитный поток по каждому из полюсов. Другими словами, в каждый момент времени на полюса действуют силы разных амплитуд, что может стать причиной появления в спектре вибрации дополнительных составляющих.

По результатам моделирования электромагнитного поля в зазоре кривые индукции были разложены в ряд

Фурье и проанализированы их гармонические составляющие (рисунок 3а и 4а). Индукция магнитного

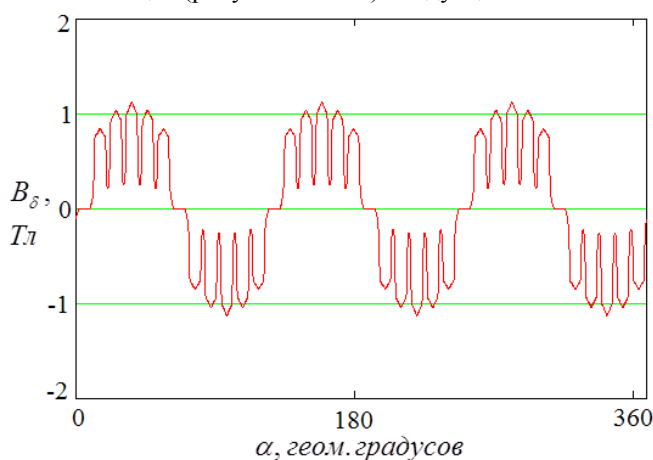


Рис. 1. Электромагнитная индукция в воздушном зазоре СДПМ с целым q

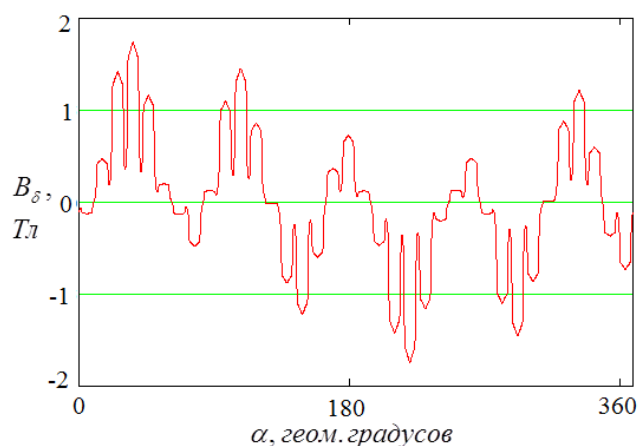


Рис. 2. Электромагнитная индукция в воздушном зазоре СДПМ с дробным q

поля в зазоре представлена в виде суммы членов гармонического ряда:

$$B = \sum_{v=1}^{\infty} B_{vm} \cos v \frac{\pi}{\tau} x, \quad (2)$$

где $B_{vm} = \frac{m\sqrt{2}I_{\phi}w_n\kappa_{ов}\mu_0\lambda_{\delta}}{\pi p v}$; τ – полюсное

деление, м; v – порядок гармоники; x – пространственная координата рассматриваемой точки, м; m – число фаз; $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$, Гн/м – магнитная проницаемость воздуха; p – число пар полюсов; λ_{δ} – удельная магнитная проводимость воздушного зазора.

При этом период основной гармоники соответствует $\tau = 2\pi$. При рассмотрении субгармоник их период будет в s раз больше $\tau v = s\tau$. Поэтому выделить субгармоники можно, увеличив период основной гармоники в s раз (рисунок 3б и 4б).

Спектр гармоник машины, как и ожидалось, в силу симметрии кривой индукции в воздушном зазоре относительно оси абсцисс при сдвиге полуволн, не содержит четных гармоник.

Незубцовые порядки, обусловленные неравномерностью распределения кривой МДС и различной проводимостью воздушного зазора

$$v = \frac{2m}{d_q} k + 1, \quad (3)$$

где $k = \pm 1; \pm 2, \dots$,

присутствуют в обмотках с целым и дробным q .

В случае обмотки с целым q кривая индукции машины имеет широкий спектр зубцовых гармоник порядков

$$v = \frac{Z_1}{p} k + 1, \quad (4)$$

где $k = \pm 1; \pm 2, \dots$

В данном случае $v = 11, 13, 23, 25, 35, 37, 47, 49, \dots$ В кривой индукции, полученной для обмотки с дробным q , упомянутые гармоники исчезают или же значительно сокращаются. Однако, при рассмотрении спектра с увеличенным периодом основной гармоники, можно заметить присутствие субгармонических составляющих, в данном случае наибольшей амплитудой обладает

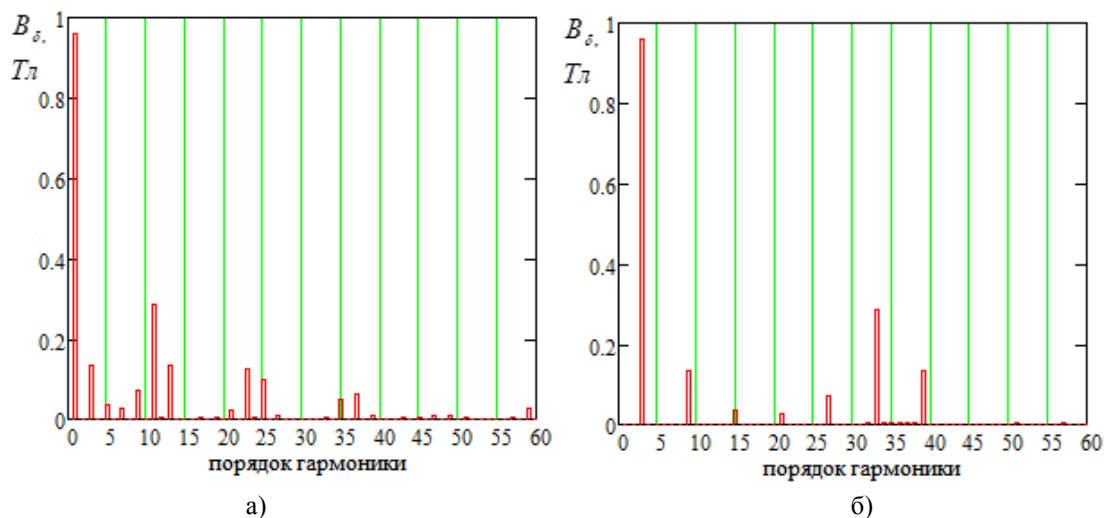


Рис. 3. Гармоники индукции асинхронного двигателя с целым q : а) - $\tau = 2\pi$; б) - $\tau = 6\pi$

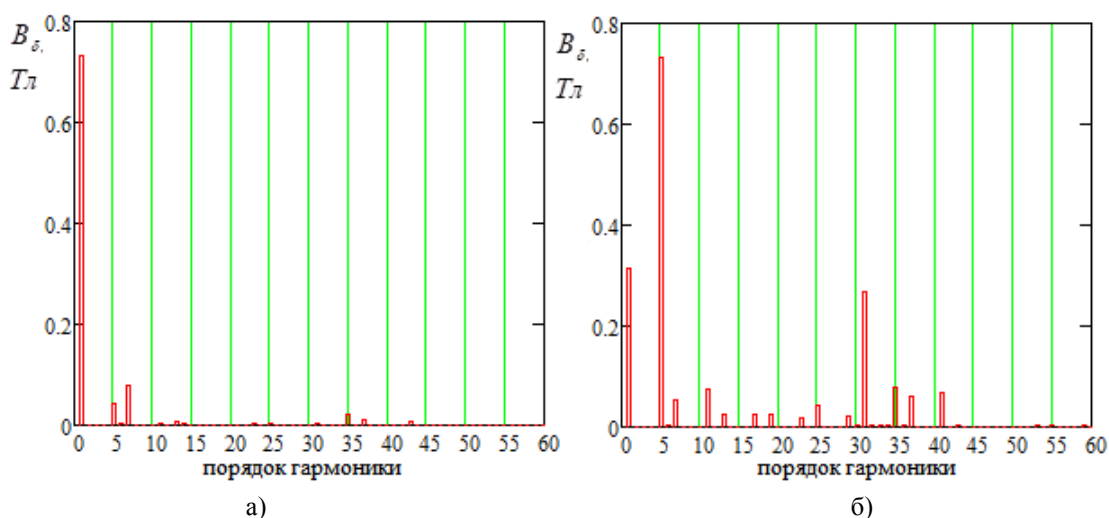


Рис. 4. Гармоники индукции асинхронного двигателя с дробным q : а) - $\tau = 2\pi$; б) - $\tau = 6\pi$

гармоника порядка $\nu = \frac{1}{5}$. Несмотря на то, что порядок

данной гармоники достаточно низкий, ее амплитуда достигает значения, соизмеримого с амплитудой основной гармоники.

Именно проявление данной гармоники вызывает несимметрию индукции в зазоре по полюсам, а следовательно и неравномерное распределение электромагнитных сил, действующих на ротор машины. Снизить воздействие субгармоник можно благодаря рациональному выбору шага обмотки y .

В таблице 1 приведены характеристики спектров индукции в воздушном зазоре, полученные для разных значений y . Амплитуда субгармоники при определенном значении y ($y = 6$) может достигать 60%. Как видно, амплитуды субгармоник при разных y приобретают различные значения. Поэтому уменьшить субгармоники при сохранении схемы обмотки можно благодаря выбору шага y . В конкретном случае значения y варьировались от 1 до 6-ти. При значениях $y = 1$ и $y = 6$ амплитуда основной гармоники значительно снижается, а коэффициенты субгармоник и высших гармоник увеличиваются. Максимальное значение амплитуды основной гармоники достигается при двух значениях

$y = 3$ и $y = 4$. Помимо этого, их характеристики лучше остальных вариантов. Среди этих двух значений все же оптимальным с точки зрения уменьшения гармоник оказывается вариант с $y = 3$. Таким образом, при проектировании маломощной электрической машины необходимо рассматривать не только влияние высших гармоник, но и субгармоник, амплитуды которых могут достигать существенных значений. Однако стоит отметить, что если необходимо уменьшить определенные гармоники, то возможен выбор неоптимального с точки зрения подавления большинства гармоник шага y , который будет удовлетворять требованию по уменьшению конкретных составляющих спектра.

III. ОБМОТОЧНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ

Одной из основных характеристик, являющейся критерием выбора обмотки электрической машины и одновременно показателем влияния высших гармоник, является обмоточный коэффициент, состоящий из трех компонентов:

$$k_{об\gamma} = k_{p\gamma} k_{y\gamma} k_{ck\gamma}, \quad (5)$$

Таблица 1

	у					
	6	5	4	3	2	1
Амплитуда основной гармоники, Тл	0,41	0,63	0,74	0,74	0,62	0,35
Амплитуда гармоники 1/5, Тл	0,248	0,193	0,149	0,122	0,105	0,067
Амплитуда гармоник 3/5, Тл	0,010	0,012	0,007	0,020	0,002	0,001
Коэффициент субгармоник, %	7,2	10,1	8,4	6,4	9,2	12,7
Коэффициент высших гармоник, %	61,1	30,7	20,2	16,8	16,9	19,2
Коэффициент суммы субгармоник и высших гармоник, %	61,6	32,3	21,9	18,0	19,3	23,0

где k_{pv} - коэффициент распределения; k_{yv} - коэффициент укорочения; $k_{скв}$ - коэффициент скоса.

Эффективным методом борьбы с высшими зубцовыми гармониками является скос пазов статора или ротора. Однако, как показывает практика, воспользоваться таким методом оказывается проблематично. Чтобы осуществить скос магнитов на роторе, их необходимо выполнять сегментированными, при этом нужно предусмотреть способ крепления магнитов, усложняется технология изготовления ротора. Выполнить скос пазов на статоре оказывается также проблематичным и не всегда возможным. Поэтому использование дробного q становится приоритетным способом борьбы с высшими гармониками. По этой причине, скос пазов в работе не рассматривается, а $k_{скв} = 1$. Коэффициент укорочения для высших гармоник находится достаточно просто:

$$k_{yv} = \sin\left(v\beta\frac{\pi}{2}\right), \quad (6)$$

где v - порядок гармоники; β - относительный шаг обмотки.

Как правило, коэффициент укорочения при анализе обмоток с дробным q не рассматривается, поскольку сам параметр q не будет оказывать влияния на рассматриваемый коэффициент. Однако стоит еще раз подчеркнуть, что выбор шага обмотки может существенно повлиять на амплитуду субгармоник, что должно учитываться при проектировании маломощной машины.

В работе был проведен анализ коэффициента распределения k_{pv} для основной, высших гармоник и субгармоник. Известно несколько формул для расчета k_{pv} , некоторые из них представлены в таблице 2 [1-4]. В таблице приняты следующие обозначения: v - порядок гармоники, m - число фаз, p - число пар полюсов, q - число пазов на полюс и фазу, k_z - коэффициент зонности, C_q - числитель неправильной дроби q , d_q -

знаменатель неправильной дроби q , φ - угловая координата проводника фазы, n - число проводников с одинаковой координатой.

Результаты расчетов коэффициента распределения по указанным формулам для $q = 1\frac{1}{5}$ представлены на рисунке 5. Известно, что по теореме о периодичности

обмоточных коэффициентов, значения коэффициентов распределения будут периодически повторяться. Поэтому рассматриваемого диапазона вполне достаточно для определения характера изменения значений коэффициента распределения. Как видно, значения коэффициентов распределения, вычисленные по формулам [1-3], для высших гармоник совпадают. Отличаются лишь значения данного коэффициента, вычисленные по формуле [4], в котором все четные высшие гармоники обращаются в ноль.

Стоит обратить внимание на результаты расчетов коэффициента распределения для субгармоник. Из рисунка 5 видно, что формулы [1-4] дают разные значения k_{pv} . Различия можно объяснить следующим образом. Методика расчета [1] основана на допущении, что дробное q заменяется на эквивалентное число пазов, что не позволяет рассчитать коэффициент распределения для субгармоник и дробных гармоник. Кроме того, в результате расчетов по методикам [2-3] четные гармоники дают ненулевые значения. По своей сути это является не совсем корректным результатом. Несмотря на дробность q и наличия субгармонических составляющих обмотка является симметричной, а следовательно в ней должны отсутствовать четные гармоники. Ненулевые же значения получаются, поскольку при подстановке q в формулы, его значение меняется с $q = 1\frac{1}{5}$ на $q = 1\frac{2}{10}$, то есть число

Таблица 2

	[1]	[2]	[3]	[4]
v целое	$\frac{\sin(\frac{\pi}{2m}v)}{C_q \sin(\frac{\pi}{2mC_q}v)}$	$\frac{\sin(v\frac{\pi}{k_z m})}{C_q \sin(v\frac{\pi}{k_z m q})}$	$\frac{\sin(v \cdot 30)}{d_q q \sin(v\frac{30}{d_q q})}$	$\frac{\sum \cos n\varphi}{2p}$
v дробное		$\frac{\sin(v\frac{\pi}{k_z m} d_q y_i)}{C_q \sin(v\frac{\pi}{k_z m C_q} d_q y_i)}$	$\frac{\sin(v \cdot 30 - v \cdot 180)}{d_q q \sin(v\frac{30}{d_q q} \mp v \cdot 180)}$	

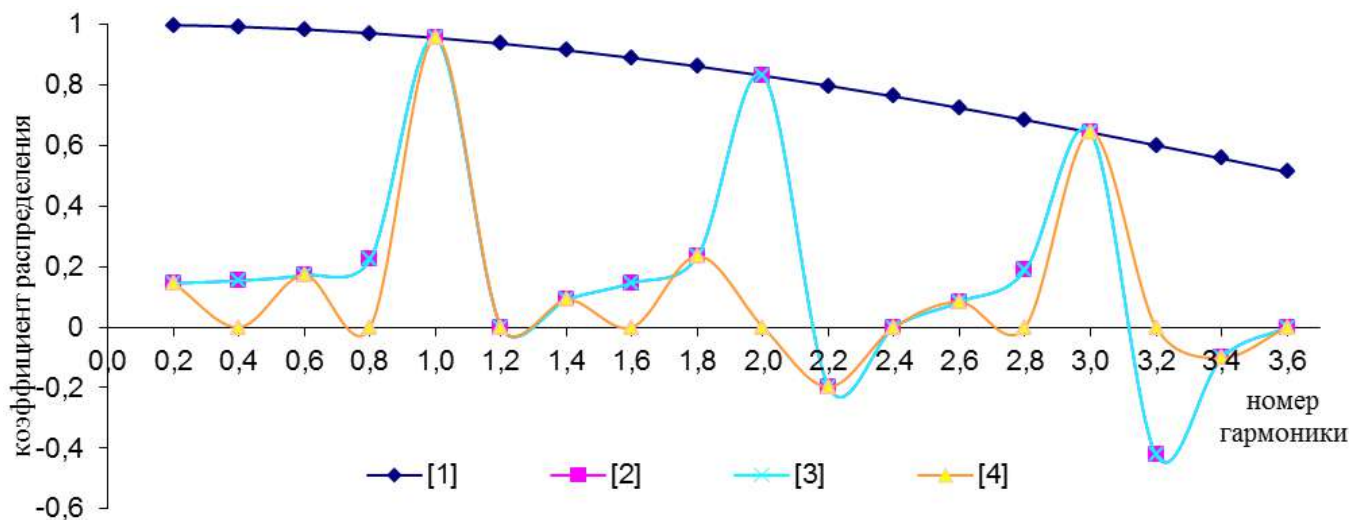


Рис. 5. Коэффициент распределения для субгармоник

элементарных периодов становится в два раза больше, а свойства обмотки меняются. В результате данная обмотка уже приобретает свойства несимметрии и значения k_{pv} для субгармоник и дробных гармонических становятся ненулевыми.

Методика [4] позволяет рассчитать k_{pv} исходя из пространственного распределения ЭДС с помощью угловых координат проводников фазы ф. Благодаря ей можно достаточно легко и правильно рассчитать коэффициент распределения для субгармоник и дробных составляющих. Данные выводы подтверждаются результатами расчетов индукции для каждой из гармоник (гармонический спектр):

$$B_v = \frac{1}{v} \frac{I_1}{I_0} \frac{\kappa_{обv}}{\kappa_{об1}} k_s, \quad (7)$$

При этом для простоты насыщением пренебрегаем $k_s = 1$, а рассматриваемый режим – холостой ход, при этом $I_1 = I_0$.

При качественном сравнении результатов моделирования (по рисунку 4б) и расчета видно, что большую сходимость результатов дает методика расчета [4].

Для экспериментального подтверждения полученных в работе результатов планируется изготовить макетный образец СДПМ с $q = 1\frac{1}{5}$, работающий на частоте субгармоники $2f_1$.

IV. ЧАСТОТЫ ДЕЙСТВИЯ МАГНИТНЫХ СИЛ

При рассмотрении электромагнитной составляющей вибрации чаще всего используют достаточно простую формулу Максвелла:

$$P = \frac{B_\delta^2}{2\mu_0}, \quad (8)$$

где B_δ – индукция в воздушном зазоре, μ_0 – магнитная проницаемость воздуха.

Индукция в воздушном зазоре представляет собой сумму индукции, созданной неподвижным статором или якорем B_{cm} и индукции вращающегося ротора или индуктора B_{pot} . Таким образом:

$$B_\delta = B_{cm} + B_{pot} \quad (9)$$

Каждая из этих составляющих может быть представлена произведением МДС на магнитную проводимость:

$$B_\delta = F \cdot \Lambda \quad (10)$$

Как известно, пульсирующую волну МДС фазы можно представить в виде суммы прямобегающей и обратобегающей волны. С учетом высших гармонических выражение для МДС фазы будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} F &= \sum_{v=1}^{\infty} F_m \sin \omega t \cos v \frac{\pi}{\tau} x = \\ &= \sum_{v=1}^{\infty} \frac{F_m}{2} \left[\sin \left(\omega t - v \frac{\pi}{\tau} x \right) + \sin \left(\omega t + v \frac{\pi}{\tau} x \right) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

В зависимости от порядка гармоники на основную гармонику накладывается одна из составляющих пульсирующей волны. Следовательно, рассматривать можно одну из составляющих.

Магнитная проводимость для СДПМ определяется как

$$\Lambda = \Lambda_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_m \cos v Z_1 \frac{\pi}{\tau} x \quad (12)$$

где Λ_0 – постоянная составляющая магнитной проводимости, Λ_m – амплитуда переменной составляющей магнитной проводимости, v – порядок гармоники, τ – полюсное деление, Z_1 – число зубцов статора, x – пространственная координата.

Подставляя выражения (11) и (12) в уравнение (10) получим:

$$B_\delta = \left(\sum_{v=1}^{\infty} F_v \sin \left(\omega t - v \frac{\pi}{\tau} x \right) + \sum_{\mu=1}^{\infty} F_\mu \sin \left(\mu \omega t - \mu \frac{\pi}{\tau} x \right) \right) \left(\Lambda_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_m \cos v Z_1 \frac{\pi}{\tau} x \right) \quad (13)$$

Полученное выражение подставим в уравнение (8) и возведем в квадрат первый множитель. Поскольку в работе рассматривается взаимодействие статорных и роторных гармоник, выражение приобретает вид:

$$P = \frac{1}{2\mu_0} \left[\sum_{\nu=1}^{\infty} F_{\nu} \sum_{\mu=1}^{\infty} F_{\mu} \sin(\omega t - \nu \frac{\pi}{\tau} x) \sin(\mu \omega t - \mu \frac{\pi}{\tau} x) \times \right. \\ \left. \times (\Lambda_0 + \sum_{\nu=1}^{\infty} \Lambda_m \cos \nu Z_1 \frac{\pi}{\tau} x)^2 \right], \quad (14)$$

Используя формулу произведения синусов, окончательно получим:

$$P = \frac{1}{4\mu_0} \left[\left(\sum_{\nu=1}^{\infty} F_{\nu} \sum_{\mu=1}^{\infty} F_{\mu} \cos((1-\mu)\omega t - (\nu-\mu) \frac{\pi}{\tau} x) - \right. \right. \\ \left. \left. - \cos((1+\mu)\omega t - (\nu+\mu) \frac{\pi}{\tau} x) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (\Lambda_0 + \sum_{\nu=1}^{\infty} \Lambda_m \cos \nu Z_1 \frac{\pi}{\tau} x)^2 \right. \right], \quad (15)$$

Таким образом, частоты действия электромагнитных сил для СДПМ будут определяться следующим образом:

$$f = f_{\nu} \pm f_{\mu} = f_1 \pm \mu \cdot f_1 = f_1 \pm (1+2k)f_1 = \\ = \begin{bmatrix} 2 \cdot (1+k)f_1 \\ 2kf_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Как видно, электромагнитные частоты для синхронной машины с электромагнитным возбуждением и СДПМ совпадают. Тот же результат можно получить при подстановке в формулы для частот асинхронной машины $Z_2 = 2p$ и $s = 0$ без учета насыщения:

$$f = f_{\nu} \pm f_{\mu} = f_1 \pm \mu \cdot f_1 = \\ = f_1 \pm (1 + \frac{(1-s)Z_2}{p})f_1 = \begin{bmatrix} \frac{(1-s)Z_2}{p} f_1 \\ (2 + \frac{(1-s)Z_2}{p})f_1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Стоит обратить внимание, что субгармоники будут проявляться главным образом на двойной частоте питания и кратной ей частотах.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Копылов И.П. Проектирование электрических машин / И.П. Копылов. – М.: Энергия, 1980.
- [2] Воронкин В.А. Методы проектирования маломощных электрических машин / В.А. Воронкин, В.Я. Геча, Э.А. Городецкий [и др]. // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. – М.: ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2006. – Т.103.
- [3] Юргенсон Т.С. Исследование магнитных вибровозмущающих сил синхронных явнополюсных машин. Дисс. на соиск степени канд. техн. наук./ Т.С. Юргенсон – МЭИ Москва, 1977. – 163 с.
- [4] Жерве Г.К. Обмотки электрических машин / Г.К. Жерве. – Л.: Энергоатомиздат, 1989.